

## 5. gyakorlat – Teljesítménymodellezés – Megoldások

### Elméleti összefoglaló

**Dimenzióanalízis.** A teljesítménymodellezés feladatok megoldása során érdemes a fizikából ismert dimenzióanalízist<sup>1</sup> elvégezni. Idézzük fel a négyzetes úttörvény:  $s = v_0 t + \frac{a}{2} t^2$

Dimenziókkal:  $s[\text{m}] = v_0 \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] t[\text{s}] + \frac{a}{2} \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] t^2[\text{s}^2] = v_0 t[\text{m}] + \frac{a}{2} t^2[\text{m}]$

A dimenzióhasználat fő motivációja, hogy ha a dimenziók nem stimmelnek, akkor a képletet is biztosan elrontottuk valahol.<sup>2</sup> A dimenzióanalízis gyakran segít a megfelelő képlet kiválasztásában. Fontos, hogy a „darab”, „kérés” stb. jellegű mértékegységek nem számítanak külön dimenzióknak, ezért pl. a  $\frac{\text{kérés}}{\text{s}}$  és az  $\frac{1}{\text{s}}$  dimenziók megegyeznek.

**Alapképletek.** Little-törvény:  $N = X \cdot T$ ,  $N [1] = X \left[ \frac{1}{\text{s}} \right] \cdot T [\text{s}]$

Kihasznátság intuitíven és a Little-törvényből *egyetlen kizárólagos* erőforráspéldány esetén:

$$U = \frac{X}{X^{\max}} = \frac{T_{\text{busy}}}{T_{\text{measured}}} = N = X \cdot T$$

Átbocsátóképesség végrehajtási időből *egyetlen kizárólagos* erőforráspéldány esetén (az átbocsátóképesség az elérhető legnagyobb átbocsátás, vagyis ilyenkor a kihasznátság 100%):  $X = \frac{U}{T} \Rightarrow X^{\max} = \frac{1}{T}$

### 1. Diszk teljesítménye

Egy diszk 50 kérést szolgál ki másodpercenként. Minden kérés kiszolgálása 0,005 másodpercet vesz igénybe. A rendszerben nincs átlapolódás.

- a) Mekkora a maximálisan kiszolgálható terhelés (érkezési ráta)?

#### Megoldás

Maximális terhelés mellett a kihasznátság  $U = 1$ . Ekkor  $X^{\max} = \frac{U}{T} = 200 \frac{\text{kérés}}{\text{s}}$ . Vagyis a szabály egyetlen, átlapolódásmentes feldolgozó egységre:  $X^{\max} = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,005 \text{ s}} = 200 \frac{\text{kérés}}{\text{s}}$ .

- b) Mekkora a kihasznátság?

#### Megoldás

Az erőforrás kihasznátsága  $U = X \cdot T$ , ahol  $X$  az átlagos átbocsátás és  $T$  az átlagos kiszolgálási idő. Tehát  $U = 0,25$ , így 25%-os a kihasznátság.

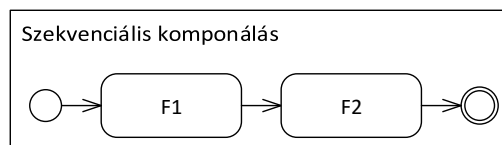
A feladat józan ésszel is megoldható: a diszknak másodpercenként 50 kérés  $\cdot 0,005 \frac{\text{s}}{\text{kérés}}$ -t kell dolgoznia. Ha másodpercenként 0,25 másodpercet dolgozik, akkor 25% a kihasznátsága.

### 2. Zárthelyi megtekintése

A zárthelyik megtekintése során a hallgatónak lehetőségük van reklamálni esetleges javítási hibák miatt. Sikeres reklamáció esetén a pontszámuk módosításra kerül. Az első nagyfeladatból (F1) óránként 10 darabot képes átnézni egy javító, a második nagyfeladatból (F2) pedig 20 darabot. Mindkét feladathoz tartozik 1-1 javító, akik az adott feladatot javították. A továbbiakban készítsünk minden kérdéshez egy-egy folyamatmodellt és határozzuk meg, hogy óránként hány hallgató dolgozatát sikerül átnézni az egyes esetekben!

- a) A hallgatók először az F1, majd az F2 feladatot nézetik át a javítóval.

#### Megoldás



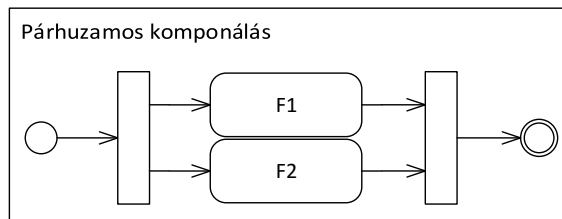
Szekvenciális komponálás. A szűk keresztmetszet fogja meghatározni a teljes átbocsátó képességet, mert ott fognak feltorlódni a feladatok (hiába gyors a többi rész). Általánosan:  $X^{\max} = \min(X_1^{\max}, X_2^{\max})$ . Mivel  $X_{F1}^{\max} = \frac{10}{h}$ ,  $X_{F2}^{\max} = \frac{20}{h}$ , F1 a szűk keresztmetszet, tehát  $X^{\max} = \min(X_{F1}^{\max}, X_{F2}^{\max}) = \min\left(\frac{10}{h}, \frac{20}{h}\right) = \frac{10}{h}$ .

- b) A leleményes hallgatók a két feladatot külön-külön már egyszerre két javítóval adják oda, mivel külön lapra voltak írva. Mit nyerünk a párhuzamosítással?

#### Megoldás

<sup>1</sup>Dimenzióanalízis (Wikipédia), <http://hu.wikipedia.org/wiki/Dimenzió>

<sup>2</sup>Ajánlott olvasmány: what if? – Droppings, <http://what-if.xkcd.com/11/>

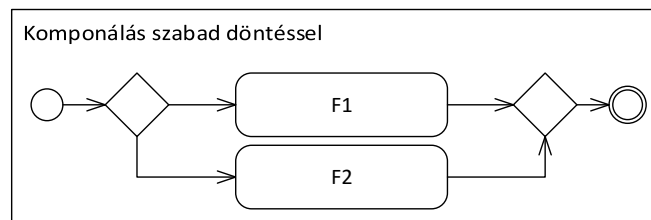


Párhuzamos komponálás. Mivel a feladatoknak a végén be kell várniuk egymást (szinkronizáció), ezért itt is a szűk keresztmetszet fogja meghatározni a teljes átbocsátó képességet. Általában:  $X^{\max} = \min(X_1^{\max}, X_2^{\max})$ . Tehát  $X^{\max} = \min(X_{F1}^{\max}, X_{F2}^{\max}) = \min(\frac{10}{h}, \frac{20}{h}) = \frac{10}{h}$ .

Mit nyertünk a párhuzamosítással? Az átbocsátóképességünk változatlan maradt, de a válaszidőnk csökkent.

- c) A nagy tömeg miatt a hallgatók csak az egyik feladatukat nézetik át, mégpedig azt, amelyiknek a javítója éppen szabad.

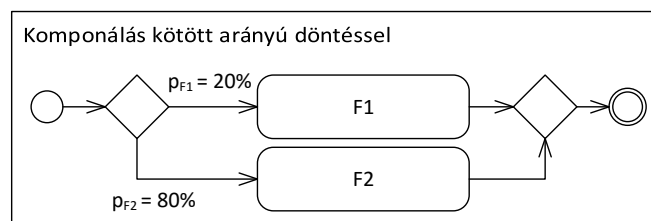
**Megoldás**



Komponálás szabad választással. Oda mennek a hallgatók ahol hely van ( $K$  db nyitott pénztár analógia). Általában:  $X^{\max} = X_1^{\max} + X_2^{\max}$ . Tehát  $X^{\max} = X_{F1}^{\max} + X_{F2}^{\max} = \frac{10}{h} + \frac{20}{h} = \frac{30}{h}$

- d) Híre ment, hogy a második feladat javítója sokkal kevésbé szigorú, így a hallgatók 80%-a inkább kivárja ennél a javítónál a sort. A maradék 20% a másik javítónál reklamál az első feladattal kapcsolatban.

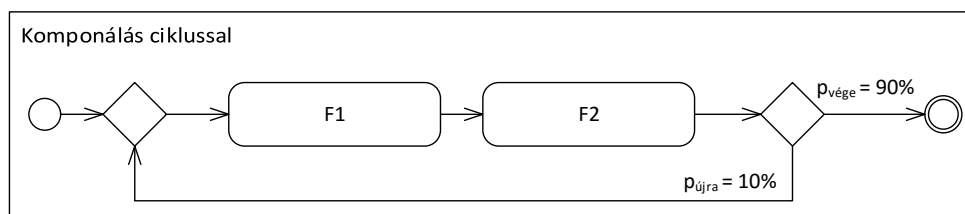
**Megoldás**



Komponálás kötött arányú választással. Analógia: felhasználók viselkedése egy weblapon: 20% eséllyel vásárol, 80% eséllyel elvet. Általában:  $X^{\max} = \min(\frac{1}{p_1} \times X_1^{\max}, \frac{1}{p_2} \times X_2^{\max})$ , ahol  $p_1$  és  $p_2$  annak a valószínűsége, hogy az első, illetve a második lehetőséget választjuk ( $p_1 + p_2 = 1$ ). Azért reciprok, mert az átlagosan F1-el töltött idő  $p_1 \times T_1$ , az ide eső maximális átbocsátás pedig ennek a reciproka (egy erőforráspéldány esetén). Tehát  $X^{\max} = \min(\frac{1}{0.2} \times X_{F1}^{\max}, \frac{1}{0.8} \times X_{F2}^{\max}) = \min(\frac{50}{h}, \frac{25}{h}) = \frac{25}{h}$ .

- e) A hallgatók 10%-ának a reklamáció után már csak 1-2 pont kellene a jobb jegyhez, ezért újra és újra megpróbálkoznak a reklamációval. Feltételezhetjük, hogy a hallgatók az a) részben leírt reklamációs stratégiát használják.

**Megoldás**



Komponálás ciklussal. Általánosan:  $X^{\max} = \frac{1}{p_{vége}} \times X_1^{\max} = p_{vége} \times X_1^{\max}$ , ahol  $p_{vége}$  annak a valószínűsége, hogy kilépünk a ciklusból,  $\frac{1}{p_{vége}}$  pedig az iterációk várható száma (lásd később a Valószínűségi számítás tantárgyban).

Az  $X_1^{\max}$  érték jelen esetben az a) részben kiszámolt érték (absztrakció),  $p_{vége}$  pedig 0.9. Tehát  $X^{\max} = \frac{1}{0.9} \times \frac{10}{h} = 0.9 \times \frac{10}{h} = \frac{9}{h}$

Egy valós rendszerhez képest ez közelítés, mert azt feltételeztük, hogy a reklamálás itt független a reakció tartalmától.

**Vizitációs szám:** megmutatja, hogy a folyamat végrehajtása során átlagosan hányszor fut le az adott tevékenység/alfolyamat. Választás esetén maga a döntési valószínűség, ciklus esetén a várható iterációk száma. Átbocsátóképesség a vizitációs szám ismeretében:  $X^{\max} = \frac{1}{v} \times X_1^{\max}$ . Adott tevékenységre eső végrehajtási idő a vizitációs szám ismeretében:  $T_{folyamat} = v \times T_{taszk}$ .

- f) Mi történne másként, ha bármelyik javító bármelyik feladatot hajlandó átnézni (de az egyes feladatok átnézése változatlan ideig tart), és így szeretnék a hallgatók az eredeti tervnek megfelelően először az F1, majd az F2 feladatot átnézni a javítóval?

### Megoldás

Ebben az esetben a két tevékenység közös erőforrást (javító) használ, tehát nem külön-külön van felső korlátunk az átbocsátóképességre, hanem együttesen. (Ha több erőforrás lenne, akkor az erőforrások közül kellene a szűk keresztmetszetet kikeresni, nem a tevékenységek közül.)

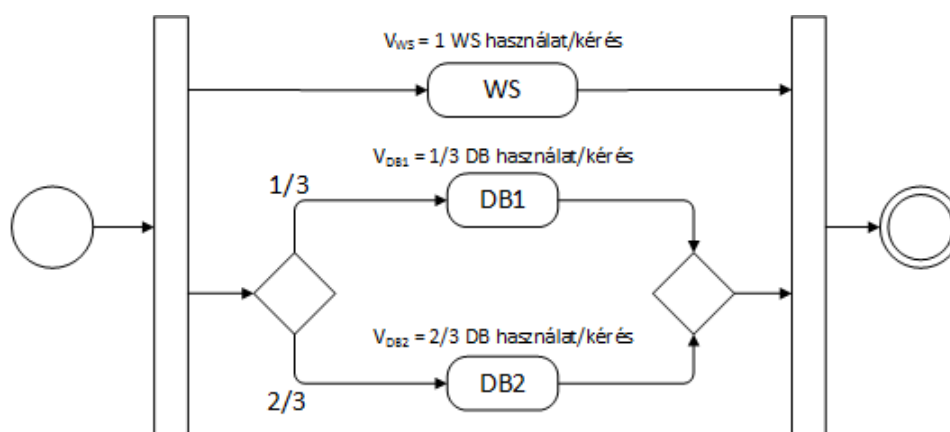
Az első tevékenység 6 percre, a második 3 percre foglal le egy erőforráspéldányt (javítót), tehát egy folyamatpéldánnyal (hallgatóval) összesen 9 percnyi munkája van az erőforrásnak. A két erőforráspéldány összesen óránként 120 percet tud dolgozni, tehát  $\frac{120}{9} = \frac{40}{3}$  hallgató/óra a rendszer átbocsátóképessége.

## 3. Kétrétegű architektúra

Adott egy webszerver (WS) és két fürtözött adatbázisszerver (DB1, DB2). A két adatbázis szerver közt súlyozott round robin terheléelosztás alapján választunk, 1:2 arányban. Minden felhasználói kérés kiszolgálása során mindkét fajta erőforrást használjuk. A csúcsidepszakban 30 percig monitorozzuk a rendszert, ezalatt 9000 kérést szolgál ki. A szervereken mért foglaltsági idők: WS – 1350 s CPU idő; DB1 – 810 s, DB2 – 1320 s diszk IO idő.

- a) Készítsünk folyamatmodellt a kérések feldolgozásáról a szöveg alapján!

### Megoldás



Mivel a feladatban nem volt egyéb megkötés, azt feltételeztük, hogy a kérések kiszolgálása a különböző erőforrásokon párhuzamosan történik. Ehelyett a modell lehetne szekvenciális is (az átbocsátás szempontjából nincs különbség, *de a végrehajtási időben igen!*), viszont az előbbi általánosabb, hiszen a WS használata átlapolódhat az adatbázis használatával. A valóságban persze a WS az adatbázishívás előtt és után is dolgozik, sőt, időnként még közben is. A mostani modell azt fejezi ki, hogy – pontos információ híján – ezeket a szakaszokat aggregáljuk és elfelejtjük, hogy milyen sorrendben futottak (absztrakció!).

- b) Mekkora az egyes szerverek jelenlegi átbocsátása?

### Megoldás

**Emlékeztető:** A vizitációs számmal (többek között) a rendszer és a komponensek átbocsátása

és átbocsátóképessége között tudunk váltani. Ha átbocsátással dolgozunk, akkor rendszerint a rendszer átbocsátásából számítjuk a komponensek átbocsátását – ilyenkor a vizitációs számmal szorozni kell, hiszen minden rendszerbe belépő tokenet átlagosan annyszor kell feldolgoznia a komponenseknek, mint amennyi a vizitációs szám. Ha átbocsátóképességet szeretnénk számolni, akkor rendszerint a komponensek (egyszerűen számítható) átbocsátóképességéből kiindulva határozzuk meg a rendszer átbocsátóképességét – ilyenkor a vizitációs számmal osztani kell, hiszen ha minden belépő tokenet annyszor kell feldolgoznia a rendszernek, mint amennyi a vizitációs szám, akkor annival kevesebb token érkezik a rendszerbe túltelítődés nélkül. Ne feledjük, hogy (többek között a szűk keresztmetszetek miatt) ebben az irányban nem elegendő a vizitációs számmal számolni, gyakran szükség van a számított értékeken végzett egyéb számításokra (pl. minimumképzésre)

Számoljunk először a rendszerre, aztán az erőforrásokra! A feldolgozott kérések száma  $C = 9000$  („Count”), a mérés ideje  $T_m = 30$  min.

- $X_{\text{rendszer}} = \frac{C}{T_m} = \frac{9000 \text{ kérés}}{30 \text{ min}} = \frac{9000}{1800} \frac{\text{kérés}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{kérés}}{\text{s}}$
- $X_{\text{WS}} = X_{\text{rendszer}} \cdot v_{\text{WS}} = 5 \frac{\text{kérés}}{\text{s}} \cdot 1 = 5 \frac{\text{kérés}}{\text{s}}$
- $X_{\text{DB1}} = X_{\text{rendszer}} \cdot v_{\text{DB1}} = 5 \frac{\text{kérés}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{3} = 1,666 \frac{\text{kérés}}{\text{s}}$
- $X_{\text{DB2}} = X_{\text{rendszer}} \cdot v_{\text{DB2}} = 5 \frac{\text{kérés}}{\text{s}} \cdot \frac{2}{3} = 3,333 \frac{\text{kérés}}{\text{s}}$

c) Mennyi időt töltenek egy-egy hozzájuk beérkezett kérés kiszolgálásával a szerverek?

### Megoldás

Az egyes erőforrásokra ( $B$  a mért foglaltsági idő, „Busy time”, az egyes szerverek pedig  $C \cdot v_i$  kérést dolgoznak fel):

- $T_{\text{WS}} = \frac{B_{\text{WS}}}{C \cdot v_{\text{WS}}} = \frac{1350 \text{ s}}{9000 \text{ használat}} = 0,15 \frac{\text{s}}{\text{használat}}$
- $T_{\text{DB1}} = \frac{B_{\text{DB1}}}{C \cdot v_{\text{DB1}}} = \frac{810 \text{ s}}{3000 \text{ használat}} = 0,27 \frac{\text{s}}{\text{használat}}$
- $T_{\text{DB2}} = \frac{B_{\text{DB2}}}{C \cdot v_{\text{DB2}}} = \frac{1320 \text{ s}}{6000 \text{ használat}} = 0,22 \frac{\text{s}}{\text{használat}}$

d) Mekkora a rendszer maximális átteresztőképessége?

### Megoldás

A rendszer maximális átbocsátóképessége az a legnagyobb átbocsátás, amivel egyik komponensbe sem érkezik több kérés, mint annak átbocsátóképessége. Ennek megfelelően pl. a DB1 ágra

$$X_{\text{rendszer}} \cdot v_{\text{DB1}} \leq X_{\text{DB1}}^{\max} \Rightarrow X_{\text{rendszer}} \leq \frac{1}{v_{\text{DB1}}} \cdot X_{\text{DB1}}^{\max}$$

Ugyanígy DB2-re és WS-re:

$$X_{\text{rendszer}} \leq \frac{1}{v_{\text{DB2}}} \cdot X_{\text{DB2}}^{\max}$$

$$X_{\text{rendszer}} \leq \frac{1}{v_{\text{WS}}} \cdot X_{\text{WS}}^{\max} = X_{\text{WS}}^{\max}. \quad (1)$$

Mivel DB1 és DB2 *kötött arányú választás* (hosszú távon gyakorlatilag olyan, mintha minden „munkát” 1:2 arányban szétbontanánk és továbbküldenénk, tehát ilyen szempontból a fork-join és a szabad választás<sup>3</sup> közé tehető), ezért a számított értékek minimuma érkezik meg a decision csomóponthoz túltelítés nélkül:

$$X_{\text{rendszer}} \leq \min \left( \frac{1}{v_{\text{DB1}}} \cdot X_{\text{DB1}}^{\max}, \frac{1}{v_{\text{DB2}}} \cdot X_{\text{DB2}}^{\max} \right). \quad (2)$$

A fork mindig mindkét irányba továbbküldi a kérést, és mindkét irányba a „teljes munkát” továbbítja, tehát az elágazásra számított érték és a WS-re számított érték közül a kisebb lehet a rendszer átbocsátóképessége. Ezalapján az 1 és a 2 egyenlőtlenségekből a maximális átbocsátás, vagyis az átbocsátóképesség képlete:

$$X_{\text{rendszer}}^{\max} = \min \left( X_{\text{WS}}^{\max}, \frac{1}{v_{\text{DB1}}} X_{\text{DB1}}^{\max}, \frac{1}{v_{\text{DB2}}} X_{\text{DB2}}^{\max} \right).$$

A feladat megoldásához tehát a komponensek átbocsátóképességeit kell kiszámolnunk:

- $X_{\text{WS}}^{\max} = \frac{1}{T_{\text{WS}}} = \frac{1}{0,15 \frac{\text{s}}{\text{kérés}}} = 6,666 \frac{\text{kérés}}{\text{s}}$

<sup>3</sup>A szabad választású döntés akármelyik irányba továbbküldheti a kérést, tehát ha az egyik ág telítésben van, nyugodtan választhatja a másikat (a kötött arányú nem). Emiatt szabad választásnál az átbocsátóképességek összeadódnak.

- $X_{DB1}^{\max} = \frac{1}{T_{DB1}} = \frac{1}{0,27 \frac{s}{\text{kérés}}} = 3,704 \frac{\text{kérés}}{s}$
- $X_{DB2}^{\max} = \frac{1}{T_{DB2}} = \frac{1}{0,22 \frac{s}{\text{kérés}}} = 4,545 \frac{\text{kérés}}{s}$

A rendszer maximális átbocsátóképessége ezekből:

$$X_{\text{rendszer}}^{\max} = \min\left(6,666 \frac{\text{kérés}}{s}, 3 \cdot 3,704 \frac{\text{kérés}}{s}, \frac{3}{2} \cdot 4,545 \frac{\text{kérés}}{s}\right) = \min\left(6,666 \frac{\text{kérés}}{s}, 11,112 \frac{\text{kérés}}{s}, 6,818 \frac{\text{kérés}}{s}\right) = X_{WS}^{\max} = 6,666 \frac{\text{kérés}}{s}.$$

Érdeemes megfigyelni, hogy a minimum a WS-en esett, de a DB2-höz tartozó érték ( $6,818 \frac{\text{kérés}}{s}$ ) szintén nagyon közel van. A szűk keresztmetszet tehát jelenleg a webszerver, de csak ennek a komponensnek a fejlesztésével vagy többszörözésével csak korlátozott mértékben növelhető a teljesítmény, mert nagyon hamar a DB2 válik majd szűk keresztmetszetté.

e) Miért nem egyféle foglaltsági időt vettünk figyelembe a két erőforrástípusnál?

#### Megoldás

Azért, mert mind a DB szerver, mind a WS egy-egy kis rendszer önmagában is, és belül a diszk I/O, ill. a CPU bizonyul szűk keresztmetszetnek jelen esetben. Más rendszerben, más feladatot végrehajtva lehet, hogy az egyik erőforrás hálózati linkje, míg a másik erőforrás RAM sávszélessége fog szerepelni. Vegyük észre, hogy ez egy absztrakció, melynek célja a számítások egyszerűsítése a nem (vagy kevésbé) releváns adatok eltávolításával, ami abból indul ki, hogy az elhanyagolt adatok hatása a megtartott adatokénál jóval kisebb (itt: a webszerver memóriája vagy merevlemez sávszélessége sokkal később telítődne, mint a processzora, de ezt már el sem érjük, ha a processzor miatt vergődik a rendszer).

f) Hol csal még így is a modell?

#### Megoldás

Több egyszerűsítéssel is éltünk, pl.

- lineáris skálázódást feltételeztünk, holott a valós rendszerek ennél általában rosszabbul skálázódnak (ráadásul telítődés közelében hajlamosak leromlani),
- nem vettük figyelembe a valódi rendszerben előforduló összes erőforrást (lásd előző feladat),
- feltételeztük, hogy a kéréseket statikus módon elosztva tökéletes terheléelosztást kapunk, holott ez általában nem igaz: az átlagos értékek hosszú távon a számított módon alakulnak, de rövidebb időszakokra nézve egy átlagosnál hosszabb végrehajtási idejű kérés például rövid időre telítésbe viheti a rendszert.

## 4. Mikroszolgáltatás (\* korábbi zárthelyi feladat)

Mikroszolgáltatásunk egy közelítő algoritmust implementál, melyet más szolgáltatások hálózaton keresztül építőköckaként felhasználhatnak a saját funkciójuk megvalósításához. Mivel sok egyforma kérés érkezik, a szolgáltatás gyorsítótárazza a válaszokat, így a korábban kiszámolt eredmények gyorsan visszaküldhetők. Maga a számítás egy igen költséges iteratív folyamat, amelyet addig kell ismételni, amíg a megoldás kellően precíz nem lesz.

Az alábbi modell a kísérleti futtatás tapasztalatait összegzi. Megfigyeléseink szerint a kérések 80%-a gyorsítótárból kiszolgálható, míg egy iteratív számítási lépés végén átlagosan 10% eséllyel lesz elég precíz a megoldás. A kétféle tevékenységhez megmértük az egyes erőforrások átlagos foglaltsági idejét is, ezt az alábbi ábrán a lépések felett tüntettük fel (csak a nem elhanyagolható ideig használt erőforrásokra).

A méréshez az élesben is használt szerveret használtuk, amely 2 CPU-val, 1 RAM modullal és 1 diszkkal rendelkezik.

a) Ha mindegyik lépés esetén csak a leghosszabban használt erőforrást vesszük figyelembe, mekkora lehet a rendszer átbocsátóképessége?

#### Megoldás

$$X_{\text{cache}}^{\max} = \frac{1}{0,025} = 40 \frac{db}{s}$$

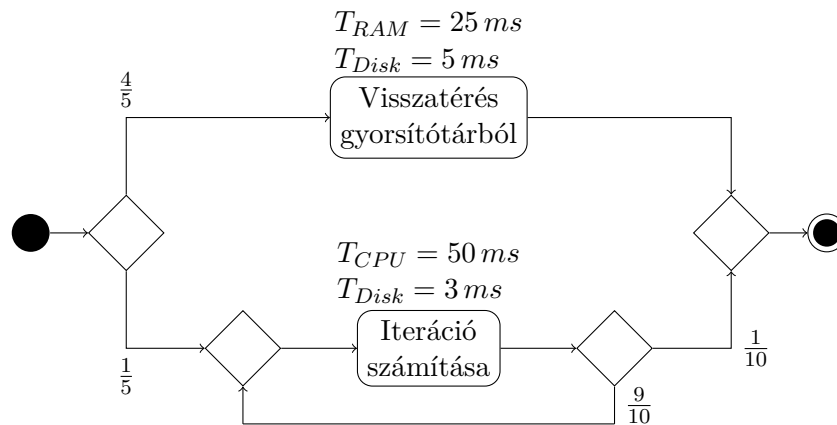
$$X_{\text{iteration}}^{\max} = \frac{2}{0,05} = 40 \frac{db}{s}$$

$$v_{\text{cache}} = \frac{4}{5}$$

$$v_{\text{iteration}} = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{1/10} = 2$$

$$X^{\max} = \min\left(\frac{X_{\text{cache}}^{\max}}{v_{\text{cache}}}; \frac{X_{\text{iteration}}^{\max}}{v_{\text{iteration}}}\right) = \min\left(\frac{5}{4} \cdot 40; \frac{1}{2} \cdot 40\right) = \min(50; 20) = 20 \frac{db}{s}$$

b) Ha csak a mindkét lépés által jelentősebben használt, egyetlen közös diszk erőforrást tekintjük, akkor mekkora lehet a rendszer átbocsátóképessége?

**Megoldás**

$$T_{\text{össz}} = v_{\text{cache}} \cdot T_{\text{cache}} + v_{\text{iteration}} \cdot T_{\text{iteration}} = \frac{4}{5} \cdot 5 \text{ ms} + 2 \cdot 3 \text{ ms} = 10 \text{ ms}$$

$$X_{\text{Disk}}^{\text{max}} = \frac{1}{T_{\text{össz}}} = \frac{1}{0,01 \text{ s}} = 100 \frac{\text{db}}{\text{s}}$$

- c) Mekkora ez alapján a rendszer tényleges átbocsátóképessége? Melyik erőforrás (fel)skálázásával lehetne még tovább növelni?

**Megoldás**

$$X^{\text{max}} = \min(50; 20; 100) = 20 \frac{\text{db}}{\text{s}}$$

A szűk keresztmetszet a CPU, ennek gyorsításával vagy számának növelésével lehet növelni az átbocsátóképességet.

- d) Ha a kihasználtság 50%-os, és egy kérés beérkezésétől az eredmény visszaküldéséig (várakozással együtt) átlagosan 100 ms telik el, akkor átlagosan hány olyan kérés van a rendszerben, amelynek a feldolgozása még nem fejeződött be?

**Megoldás**

$$X = U \cdot X^{\text{max}} = 0,5 \cdot 20 = 10 \frac{\text{db}}{\text{s}}$$

$$T = 0,1 \text{ s}$$

$$N = X \cdot T = 10 \cdot 0,1 = 1 \text{ db (Little-törvény)}$$

**5. Sziget közlekedési hálózata (\* korábbi zárthelyi feladat)**

Egy sziget lakói minden reggel munkába menet átkelnek a szigetet ölelő tavon. Észak felé híd vezet, dél felé autósomp. Az irányonként egysávos híd 200 m hosszú, és 60 km/h sebességgel szabad rajta haladni, a követési távolság (hátsó lámpától hátsó lámpáig 30 m) betartása mellett. A négy komphajó egyenként 15 percnként teszi meg a sziget-szárazföld-sziget kört, és így óránként négyen együtt legfeljebb 800 autót tudnak átvinni a szárazföldre.

- a) Mekkora a híd átbocsátóképessége (észak felé)?

**Megoldás**

Little törvényében az átbocsátás szerepel, nem az átbocsátóképesség – de abban a speciális esetben, amikor pont telítve van a rendszer, a kettő megegyezik:

- $N = X \cdot T \rightarrow X = \frac{N}{T}$ ;
- $N = \frac{200 \text{ m}}{30 \text{ m/kocsi}} = \frac{20}{3}$  kocsi;
- $T = \frac{200 \text{ m}}{60 \text{ km/h}} = \frac{0,2 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = \frac{0,2}{60} \text{ h}$ ; tehát
- $X = \frac{20/3}{0,2/60} = 2000 \frac{\text{kocsi}}{\text{h}} = X^{\text{max}}$ .

- b) Hány autó fér el egy kompan?

**Megoldás**

Az előzőhöz hasonlóan Little törvényéből az átbocsátóképesség:

- $N = X \cdot T$ ;  $X = 800 \frac{\text{kocsi}}{\text{h}}$ ;
- $T = 15 \text{ min} = 0,25 \text{ h}$ ;

ekkor  $N = 200$ , tehát a 4 komphajó együtt 200 kocsit kezel egyszerre. Mivel 4 hajó van, ezért egy hajóra 50 kocsi fér fel.

- c) A reggeli csúcsgalamban mekkora a szigetet elhagyó két útvonal együttes átbocsátóképessége?

**Megoldás**

Az együttes átbocsátóképesség a két átbocsátóképesség összege. A hídon egy irányba óránként

2000 kocsi haladhat át, tehát  $2000 \frac{\text{kocsi}}{\text{h}}$  a híd átbecsátóképessége. A kompok óránként 800 autót visznek át, tehát az átbecsátóképesség  $2800 \frac{\text{kocsi}}{\text{h}}$  egy irányba.

- d) Ha délben a szárazföldi főutat baleset miatt lezárták, és a szigeten keresztül (a hídon, majd a kompon átkelve) terelik a forgalmat, mekkora a terelőútvonal átbecsátóképessége?

**Megoldás**

A terelőút átbecsátóképessége (soros kompozíció):  $X = \min(X_{\text{híd}}, X_{\text{komp}}) = 800 \frac{\text{kocsi}}{\text{h}}$ .

- e) Valamelyik reggel 7:00 és 8:30 között 900 autó hagyta el a szigetet komppal. Mennyi volt ebben az időszakban a kompok átbecsátása és kihasználtsága?

**Megoldás**

Átbecsátás:  $X = \frac{K}{T} = \frac{900}{1,5} = 600 \frac{\text{kocsi}}{\text{h}}$ .

Kihasználtság:  $U = \frac{X}{X_{\text{max}}} = \frac{600 \frac{\text{kocsi}}{\text{h}}}{800 \frac{\text{kocsi}}{\text{h}}} = 0,75 = 75\%$ .

- f) A fenti mérésben átlagosan hány autó állt sorba egyszerre a parton, ha az autók jól időzítve, átlagosan fél perccel a beszállásuk előtt érkeztek kompikötőhöz?

**Megoldás**

Komphoz sorbanállásra Little-törvény:  $N = X \cdot T = 0,5 \text{ min} \cdot 600 \frac{\text{autó}}{\text{h}} = 5 \text{ autó}$ .

## 6. Tudásbázis (\*)

Vállalatunk nyilvános szakmai tudástára egymásra is hivatkozó szócikkeket kínál a cég termékeit világszerte használó ügyfeleknek. Egyetlen szócikk lekérésének kiszolgálásához a szervert átlagosan 60 ms-ig veszi igénybe. A szócikk megtekintése után az olvasó csak az esetek 30%-ában hagyja el az oldalt, többnyire ugyanis egy újabb szócikkre mutató hivatkozásra kattint.

- a) Egy olvasó összes tudásszomjának kielégítéséhez átlagosan mekkora szerveridő szükséges?

**Megoldás**

Egy szócikk lekérésének kiszolgálása átlagosan 60 ms, egy felhasználó pedig átlagosan  $v = \frac{1}{0,3}$  szócikket tekint meg,<sup>4</sup> tehát  $T = 60 \frac{\text{ms}}{\text{szócikk}} \cdot \frac{1}{0,3} \frac{\text{szócikk}}{\text{felhasználó}} = 200 \frac{\text{ms}}{\text{felhasználó}}$ . A  $v$  most is a vizitációs szám.

- b) Tekintsük úgy, hogy az egyes kérések a szerveren nem párhuzamosíthatóak. Óránként hány egyedi látogatót képes kiszolgálni a szerver?

**Megoldás**

Maximális eset, amikor a kihasználtság 100%, azaz  $U = 1$ . Ekkor  $U = X \cdot T \rightarrow X = \frac{U}{T} = \frac{1}{0,2} = 5 \frac{\text{látogató}}{\text{s}}$ . Óránként  $3600 \text{ s} \cdot 5 \frac{\text{látogató}}{\text{s}} = 18000 \text{ látogató}$ .

<sup>4</sup>Geometriai eloszlás várható értéke (Wikipédia) [http://hu.wikipedia.org/wiki/Geometriai\\_eloszlás](http://hu.wikipedia.org/wiki/Geometriai_eloszlás)